FUNKCJE I CIĄGI - zadania

1. Wyznaczyć dziedzinę funkcji:

a) $y=\dfrac{\sqrt{4x+x^2}}{x}$, b) $y=\log\dfrac{2+x}{2-x}$, c) $y=\log(x^2-4)+\sqrt{6-2x}$,

d) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+\ln(9-x^2)$, e) $y=\log\dfrac{1-x}{x+2}+\sqrt{x+1}$, f) $y=\dfrac{\sqrt{\log(9-x^2)}}{2^x-1}$,

g) $y=\arcsin(2x-6)$, h) $y=\arccos\dfrac{x}{2-x}$.

2. Wyznaczyć funkcję odwrotną do funkcji. Sporządzić wykresy obu funkcji.

a) $y=-2x+1$, b) $y=3^{x+1}$, c) $y=\log_2(x-1)-2$, d) $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$.

3. Znaleźć granice ciągów:

a) $a_n=\dfrac{2n^2+3n}{n^2-4}$, b) $a_n=\dfrac{4n^3+2n^2-1}{3n^3+2n+2}$, c) $a_n=\dfrac{n^3-n}{2n^4+n-5}$, d) $a_n=\dfrac{(2n-1)^2}{1-3n}$,

e) $a_n=\dfrac{\sqrt[3]{n^2+3}}{n+4}$, f) $a_n=\dfrac{3n^2-1}{n+\sqrt{n^3-2}}$, g) $a_n=n-\sqrt{n^2-4}$, h) $a_n=\dfrac{2}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}$,

i) $a_n=3n-\sqrt{n-4}$, j) $a_n=\dfrac{2^n+3^n}{4^n+9^n}$, k) $a_n=\dfrac{3^{n+2}-2}{3^n+2^n}$, l) $a_n=\sqrt[n]{n^5}$,

m) $a_n=\dfrac{\sqrt[n]{n}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^n}{1+\sqrt[n]{3}}$, n) $a_n=\left(1+\dfrac{4}{n}\right)^n$, o) $a_n=\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{2n}$, p) $a_n=\left(\dfrac{n+1}{n+3}\right)^{-4n}$,

r) $a_n=\left(\dfrac{n^2-1}{n^2+1}\right)^{n^2}$, s) $a_n=\left(\dfrac{n^2-5}{n^2+2}\right)^{2-n}$.

4. Obliczyć granice:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-3x^2+x-2)$, b) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-3x^2+x-2)$, c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-6x+5}{-3x^3-x+5}$,

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2x+4x^3}{5x^3-x^2+1}$, e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[6]{x}}{\sqrt{2x+1}}$,

f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2-4x}\right)$, g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}$, h) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sin(\operatorname{arctg}x)$,

i) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin2x}{5x}$, j) $\lim\limits_{x\to0}\sqrt{\dfrac{\sin3x}{x}+1}$, k) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{x}$,

l) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4x+4}{2x+1}$, m) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}$, n) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1-x^2}{x^3+3x^2-4x}$,

o) $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x}{1-x}$, p) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x}{(x-3)^2}$, r) $\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{1+x}{4-x^2}$,

s) $\lim\limits_{x\to1}3^{\frac{-1}{(x-1)^2}}$, t) $\lim\limits_{x\to-4^-}\left(1-e^{\frac{2x}{x+4}}\right)$, u) $\lim\limits_{x\to4^+}\operatorname{arctg}\dfrac{3x}{4-x}$

w) $\lim\limits_{x\to-3^-}\operatorname{arctg}\dfrac{4+x}{9-x^2}$, z) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}2^{\operatorname{tg}x}$.

5. Dla jakiej wartości p dana funkcja jest ciągła w punkcie x_0:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x}{\sin3x} & \text{dla } x\neq0\\ p & \text{dla } x=0\end{cases}$, $x_0=0$,

b) $f(x)=\begin{cases}(x+p)^2 & \text{dla } x\le0\\ x-1 & \text{dla } x>0\end{cases}$, $x_0=0$,

c) $f(x)=\begin{cases}p^2-x & \text{dla } x\le1\\ \dfrac{x^2-2x+1}{x-1} & \text{dla } x>1\end{cases}$, $x_0=1$.