

Zmienne losowe - zadania

- Rozważmy zmienną losową X , która każdemu rzutowi trzema monetami przypisuje ilość uzyskanych orłów.
 - Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej X oraz narysować jego histogram.
 - Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej X oraz sporządzić jej wykres.
 - Obliczyć $P(1 \leq X < 3)$, $P(X > 2)$.
 - Obliczyć wartość oczekiwaną, odchylenie standardowe, medianę i modę zmiennej X .
- Zorganizowano następującą grę: rzucamy dwa razy kostką do gry – jeżeli suma oczek równa się 2, to otrzymujemy 7 zł; jeżeli suma równa się 3 lub 4, to otrzymujemy 4 zł; jeżeli suma oczek równa się 5 lub 6, to otrzymujemy 1 zł; w pozostałych przypadkach płacimy 1 zł.
 - Określić zmienną losową, podać jej rozkład oraz narysować wykres.
 - Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej X oraz sporządzić jej wykres.
 - Obliczyć $P(X \leq 5)$, $P(X \geq 5)$.
 - Sprawdzić czy gra jest sprawiedliwa; obliczyć: $D^2 X$, x_{me} , x_{mo} .
- Zmienna losowa X ma rozkład:

x_i	-3	-1	0	1	2
p_i	1/12	1/6	1/3	1/4	1/6

- Przedstawić graficznie rozkład i dystrybuantę zmiennej X .
 - Za pomocą prawdopodobieństwa oraz dystrybuanty wyznaczyć: $P(X < 0)$, $P(X \geq -1)$, $P(X = 1)$, $P(-1 \leq X < 2)$.
 - Obliczyć wartość oczekiwaną, odchylenie standardowe, medianę oraz modę zmiennej X .
- Urna zawiera losy o numerach zakończonych cyframi 1, 2, 3, 4, 5, w stosunkach ilościowych odpowiednio jak 1:4:8:5:2. Niech X będzie zmienną losową przyjmującą wartości równe ostatniej cyfrze otrzymanego losu.
 - Określić zmienną losową, podać jej rozkład oraz narysować wykres.
 - Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej X oraz sporządzić jej wykres.
 - Obliczyć $P(X \leq 3)$, $P(X \geq 2)$, $P(1 < X < 4)$.
 - Obliczyć wartość oczekiwaną, odchylenie standardowe, medianę i modę zmiennej X .
 - W pewnym mieście wojewódzkim wylosowano 160 sklepów i otrzymano następujące wyniki dotyczące liczby sprzedawców:

Liczba sprzedawców	1	2	3	4	5
Liczba sklepów	30	66	34	20	10

Na podstawie tych informacji:

- Znaleźć rozkład prawdopodobieństwa liczby sprzedawców w sklepie.
 - Wyznaczyć wartość oczekiwaną oraz odchylenie standardowe rozkładu.
- Dystrybuanta zmiennej losowej X określona jest następująco:

x	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, 5)$	$(5, +\infty)$
$F(x)$	0	0,4	0,5	1

Wyznaczyć: rozkład prawdopodobieństwa tej zmiennej, $P(X > 0)$, EX , $D^2 X$, x_{me} , x_{mo} .

- Dystrybuanta zmiennej losowej dana jest wzorem:

x	$(-\infty, 1)$	$(1, 2)$	$(2, 4)$	$(4, 7)$	$(7, +\infty)$
$F(x)$	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{6}{7}$	1

- Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa tej zmiennej.
- Obliczyć: $P(1 \leq X \leq 4)$, $P(X \geq 2)$, $P(5 < X)$.
- Obliczyć wartość oczekiwaną, odchylenie standardowe, medianę i modę zmiennej X .

- Sprawdzić, czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & \text{dla } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

jest gęstością prawdopodobieństwa.

- Wyznaczyć dystrybuantę.
 - Obliczyć $P(-1 \leq X < 1)$.
 - Obliczyć wartość oczekiwaną oraz wariancję.
- Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} cx^3 & \text{dla } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{dla } x < 0 \text{ i } x > 1 \end{cases}$$

- Wyznaczyć stałą c tak, aby była to funkcja gęstości.
- Przedstawić graficznie funkcję gęstości.
- Wyznaczyć dystrybuantę oraz narysować jej wykres.
- Obliczyć $P(X < 0,5)$, $P(X = 0,5)$, $P(0,25 < X < 0,75)$.
- Wyznaczyć wartość oczekiwaną oraz wariancję zmiennej X .

- Dla jakiej wartości c funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^2) & \text{dla } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

jest gęstością prawdopodobieństwa? Znaleźć dystrybuantę wyznaczonego rozkładu, obliczyć $P(0 < X < 0,5)$ oraz EX .

- Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & \text{dla } 0 \leq x < 2, \\ 1 - \frac{1}{4}x & \text{dla } 2 \leq x \leq 4, \\ 0 & \text{dla pozostałych } x. \end{cases}$$

Wyznaczyć dystrybuantę tego rozkładu. Obliczyć: $P(1 \leq X < 3)$, EX , $D^2 X$?

- Dla zmiennej losowej ciągłej dystrybuanta dana jest wzorem

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0 \\ \frac{1}{2}x^2 & \text{dla } 0 < x \leq k \\ 1 & \text{dla } x > k \end{cases}$$

- Wyznaczyć wartość k .
- Obliczyć $P(-2 \leq X \leq 1)$.
- Obliczyć wartość oczekiwaną oraz wariancję.

- Wykazać, że funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x & \text{dla } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

jest gęstością prawdopodobieństwa.

- Wyznaczyć dystrybuantę oraz sporządzić jej wykres.
- Obliczyć $P\left(1 \leq X \leq \frac{\pi}{2}\right)$ oraz zaznaczyć wartość obliczonego p-stwa na wykresie gęstości.
- Obliczyć wartość oczekiwaną oraz wariancję.

