

Sem. 2

Zestaw 5.

1. Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji:

a) $z = x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + 4x + 100$; b) $z = x \sin(x + 2y)$; c) $z = y^2 \cos(2x - y)$;

d) $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}$; e) $z = x\sqrt{y} - e^x \ln y$; f) $z = 3^{xy}$; g) $z = \arcsin \frac{x}{y}$; h) $z = y^{2x}$;

i) $u(x, y, z) = x^{yz}$; j) $u(x, y, z) = e^{xyz}$; k) $u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.

2. Obliczyć:

a) $f_{xx}(0, 1)$, jeżeli $f(x, y) = x^3 - 2x^2y$;

b) $f_{yx}(1, 0)$, jeżeli $f(x, y) = \frac{x}{x + y}$;

c) $f_{xy}(0, 0)$, jeżeli $f(x, y) = 3x^2y + y^2e^{xy}$;

d) $f_{yy}(1, \pi)$, jeżeli $f(x, y) = 2x^3y - 5x^2y^3 + x \cos 2y$.

3. Sprawdzić równości:

a) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$, jeżeli $z = \ln(e^x + e^y)$;

b) $2x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, jeżeli $z = e^{\frac{x}{y^2}}$,

c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$, jeżeli $u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.

4. Obliczyć różniczkę zupełną funkcji:

a) $f(x, y) = x^2y^3$; b) $f(x, y) = y \ln x$; c) $f(x, y) = y^x$; d) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

5. Obliczyć gradient funkcji:

a) $f(x, y) = x^2y$, w punkcie $P(1, 1)$;

b) $f(x, y) = \ln \frac{y}{x}$, w punkcie $P(1, 1)$;

c) $f(x, y) = x \sin y$, w punkcie $P(2, 0)$.

6. Zbadać ekstrema funkcji:

a) $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + y^2 - 2x - y + 1$;

b) $f(x, y) = x^2 - xy + 2y^2 - x + 4y - 5$;

c) $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x - 18y + 29$;

d) $f(x, y) = 3x^2y(4 - x + y)$.