

Sem.1

Zestaw 6

1. Obliczyć y' , gdy

a) $y = \sin(3x + 2)$, b) $y = x^2 e^{x^2}$, c) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, d) $y = \frac{\sin x^2}{\sqrt{x}}$, e) $y = \frac{2x + 1}{\ln(2x + 1)}$,

f) $y = \frac{x}{e^{2x}}$, g) $y = 5^{x^2 - 6x}$, h) $y = \ln(x^2 + 3x + 2)$, i) $y = \arcsin \frac{2x - 1}{\sqrt{5}}$,

j) $y = \operatorname{arctg}(x^2 + 1)$, k) $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$, l) $y = \sin^5(4x + 6)$, m) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$,

n) $y = x e^{\sin x}$, o) $y = x e^{\cos^2 x}$.

2. Obliczyć drugą pochodną funkcji:

a) $y = \arccos x$, b) $y = \operatorname{arctg} 2x$, c) $y = \ln(x^2 + 1)$, d) $y = x \cos x$, e) $y = x^2 \ln x$.

3. Obliczyć granicę funkcji:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$, c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{e^{x^2}}$, d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^{10} - 1024}{x - 2}$, e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{6x}$,

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}$, g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{e^{2x}}$, h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{1 - \cos x}$, j) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.

4. Wyznaczyć ekstrema funkcji:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x - 15$, b) $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 2$,

c) $y = x^4 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{4}$, d) $y = \frac{x}{1 + x^2}$,

e) $y = e^{-x^2}$, f) $y = \sqrt{x} \ln x$.

5. Wyznaczyć przedziały wypukłości i wklęsłości funkcji:

a) $y = x^2 - 4x + 5$, b) $y = x \ln x$, c) $y = \frac{2x}{x + 3}$,

d) $y = \ln(x^2 - 8)$, e) $y = \log_2(2x - 1)$.

