

## Sem. 1

### Zestaw 4

1. Wyznaczyć dziedziny i przeciwdziedziny podanych funkcji:

a)  $y = \log_2 x$ , b)  $y = \sqrt{1-x^2}$ , c)  $y = 2x + \sin x$ , d)  $y = \arcsin x$ , e)  $y = \frac{1}{\sin x}$ .

2. Które z podanych niżej funkcji są parzyste (nieparzyste)?

a)  $f(x) = x^3 + x$ , b)  $f(x) = \sin 2x$ , c)  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ , d)  $f(x) = |\sin x|$ ,

e)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , f)  $f(x) = x \sin x$ .

3. Wyznaczyć wzór funkcji złożonej  $h = g \circ f$  czyli  $h(x) = g[f(x)]$ , jeżeli

a)  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = x^2 + 3x$ , b)  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = x^2$ ,

c)  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $g(x) = \cos x$ , d)  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = 2^x$ ,

e)  $f(x) = x^2 + 4$ ,  $g(x) = \ln x$ , f)  $f(x) = |\sin x|$ ,  $g(x) = \ln(x+1)$ .

4. Zbadać granice ciągów

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$ , b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2}$ , c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 \cdot \frac{1}{n^3})$ , d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3}$ , e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$ ,

f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n}(\frac{n}{n+1} + \frac{1}{n}))$ , g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3}{n} - \frac{10}{\sqrt{n}})$ .

5. Obliczyć granice podanych ciągów o wyrazach ogólnych

a)  $a_n = \frac{n}{n+1}$ , b)  $a_n = \frac{4n-3}{6-5n}$ , c)  $a_n = \frac{n^2-1}{3-n^2}$ , d)  $a_n = \frac{3n^3+4n-1}{6n+3n^2-n^3}$ ,

e)  $a_n = \frac{(n-1)(n+3)}{3n^2+5}$ , f)  $a_n = \frac{(2n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)}$ , g)  $a_n = \frac{\sqrt{1+2n^2} - \sqrt{1+4n^2}}{n}$ ,

h)  $a_n = \sqrt{\frac{3n-2}{n+10}}$ , i)  $a_n = \frac{\sqrt{n^2+4}}{3n-2}$ , j)  $a_n = \sqrt[n]{3^n+5^n+7^n}$ , k)  $a_n = \frac{5 \cdot 3^n}{3^n-2}$ .

6. Obliczyć granice

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ , b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$ , c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^n$ , d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{n}\right)^{-n+3}$ ,

e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n$ , f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+6}{n^2}\right)^{n^2}$ , g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$ .