

## Sem. 1

### Zestaw 2

1. Obliczyć wyznaczniki

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1-a & a \\ 1-b & b \end{vmatrix}, \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 4 & 3 & -4 \\ 1 & 5 & 5 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 \\ 7 & 5 & 9 \end{vmatrix}, \quad \text{e) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Obliczyć dopełnienia algebraiczne wyznaczników

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Dane są trzy macierze:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

Obliczyć a)  $A + B$ , b)  $A - B$ , c)  $A + 2B - C$ , d)  $B^T$ , e)  $B^T - A^T$ .

4. Obliczyć iloczyn

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix}, \quad \text{e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \\ -2 & 6 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{f) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Obliczyć  $A^{-1}$ ,  $B^{-1}$ ,  $(A+B)^{-1}$ ,  $(A \cdot B)^{-1}$  gdy  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$ .

6. Wyznaczyć macierze odwrotne do  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. Rozwiązać za pomocą wzorów Cramera układ równań:

$$\text{a) } \begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x-y-z=4 \\ 3x+4y-2z=11 \\ 3x-2y+4z=11 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x+iy=1+3i \\ (1+i)x+(1-i)y=-2i \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 3x-2y+5z=2 \\ x+2y+z=0 \\ 2x-5y+3z=1 \end{cases}$$

8. Rozwiązać metodą macierzową układ równań

$$\text{a) } \begin{cases} 2x-3y=-8 \\ x+5y=9 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x-3y-z=0 \\ 5x-3y-2z=9 \\ 3x+2y+2z=8 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x-5y+3z=1 \\ 4x+3y-5z=2 \\ 5x-2y+7z=10 \end{cases}$$

9. Z badać i ewentualnie rozwiązać układy równań

$$\text{a) } \begin{cases} 3x-5y=0 \\ x+y-2z=8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x+2y+z-t=1 \\ x+z+2t=2 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \\ x-3y=-2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x-2y+z=1 \\ 2x-4y+2z=3 \\ x+2y-z=0 \end{cases}$$