

## Sem. 1

### Zestaw 1

1. Niech  $z$  oznacza kolejno liczby:  $2+i$ ,  $1-i$ ,  $-5+3i$ ,  $-5-3i$ ,  $3-2i$ ,  $i$ .

Obliczyć a)  $2z$ , b)  $z^2$ , c)  $\frac{1}{z}$ , d)  $\bar{z}$ , e)  $z\bar{z}$ .

2. Obliczyć:

a)  $(2+5i)^2$ , b)  $2i(3-2i)(5+i)$ , c)  $\frac{5-i}{2+3i}$ , d)  $\frac{(1-i)^2-i}{(1+i)^2+i}$ ,

e)  $\frac{(1+2i)(2-i)}{(1+3i)^2}$ , f)  $\left(\frac{1-i}{2+i}+(2-i)i\right)(3+2i)$ , g)  $\left(\frac{1-i}{1+i}+\frac{4}{i}\right):2i$ .

3. Niech  $z$  oznacza kolejno liczby:  $i$ ,  $1-i$ ,  $1+i$ ,  $2+3i$ ,  $-1+2i$ ,  $-3-3i$ .

Zaznaczyć na płaszczyźnie liczby:  $z, \bar{z}, -\bar{z}$ .

4. Obliczyć:

a)  $\operatorname{Re} z^2$ , b)  $\operatorname{Im} z^2$ , c)  $\operatorname{Re}(z+\bar{z})$ , d)  $\operatorname{Im}(z+\bar{z})$ , e)  $\operatorname{Re}(z-\bar{z})$ , f)  $\operatorname{Im}(z-\bar{z})$ ,

g)  $\operatorname{Re} \frac{1}{z}$ , h)  $\operatorname{Im} \frac{1}{z}$ , i)  $\operatorname{Re} \frac{1}{\bar{z}}$ , j)  $\operatorname{Im} \frac{1}{\bar{z}}$ , gdy  $z=3+2i$ .

5. Obliczyć  $\operatorname{Re} z$  i  $\operatorname{Im} z$ , jeżeli

a)  $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ , b)  $2z = \left(\frac{i^5+2}{i^{19}}+1\right)^2$ .

6. Przedstawić w postaci trygonometrycznej liczby a) 1, b)  $i$ , c)  $1+i\sqrt{3}$ , d)  $\sqrt{3}-i$ ,  
e)  $-2i$ , f)  $2+2i$ .

7. Korzystając ze wzoru Moivre'a obliczyć:

a)  $(1-i)^7$ , b)  $(1+i\sqrt{3})^3$ , c)  $\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5$ , d)  $(-1+i)^{19}$ , e)  $(2-2i)^8$ .

8. Korzystając ze wzoru Moivre'a wyrazić: a)  $\sin 2\alpha$ , b)  $\cos 2\alpha$ , c)  $\sin 3\alpha$ , d)  $\cos 3\alpha$   
za pomocą  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ .

9. Obliczyć:

a)  $\sqrt{1-i\sqrt{3}}$ , b)  $\sqrt{-7+i24}$ , c)  $\sqrt{-1}$ , d)  $\sqrt[3]{-i}$ , e)  $\sqrt[4]{1}$ , f)  $\sqrt[4]{1+i}$ .

10. Rozwiązać równania:

a)  $z\bar{z}+z-\bar{z}=3+2i$ , b)  $i(z+\bar{z})+i(z-\bar{z})=2i-3$ , c)  $|z|-z=1+2i$ ,

d)  $x^2+4=0$ , e)  $x^2+x+1=0$ , f)  $x^3-1=0$ , g)  $x^2+4x+29=0$ .