

Sem. 3

Zestaw 5.

1. Wykazać, że szeregi :

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n - \sqrt{9n^2 - 2n}}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{3n},$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+9}{n^2} \right)^{n^2}, \quad \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{3n-2}{n+10}}, \quad \text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2}$$

są rozbieżni.

2. Zbadać zbieżność szeregu:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+5n}}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n^3-1}, \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1},$$

$$\text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}, \quad \text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot (n!)^2}{n^{2n}}, \quad \text{g) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}, \quad \text{h) } \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^n,$$

$$\text{i) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^n, \quad \text{j) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n} \right)^n}, \quad \text{k) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n + 3^n}, \quad \text{l) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n},$$

$$\text{m) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\arcsin \frac{1}{n} \right)^{n^2}, \quad \text{n) } \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}, \quad \text{o) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n}},$$

$$\text{p) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}, \quad \text{q) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}.$$

3. Zbadać zbieżność szeregu i określić jej rodzaj (warunkowa czy bezwzględna)

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^\alpha}, \quad \alpha > 0, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{5^{n-1}}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+5}{2n-1},$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{3^n}, \quad \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}, \quad \text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (\sqrt[n]{2} - 1),$$

$$\text{g) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}, \quad \text{h) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}.$$