

Sem. 3

Zestaw 2.

1. Obliczyć pole figury ograniczonej liniami:

- a) $y = x^2 - 2x + 2, \quad y = x;$
- b) $x + y = 4, \quad x + 3y = 1, \quad x = y, \quad x = 2y;$
- c) $x^2 + y^2 = 1, \quad y = x^2;$
- d) $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2), \quad a > 0$

2. Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami:

- a) $y = x^2, \quad y = 1, \quad x + y + z = 4, \quad z = 0;$
- b) $z = 1 + x + y, \quad z = 0, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0;$
- c) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{5} = 1, \quad z = y, \quad z = 0;$
- d) $x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = x.$

3. Znaleźć pole

- a) części powierzchni $3x + y + 3z = 3$, zawarte między płaszczyznami układu OXY, OXZ, OYZ ;
- b) części kuli $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, zawarte wewnątrz walca $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

4. Wyznaczyć momenty bezwładności figury jednorodnej ograniczonej liniami

$$xy = 1, \quad xy = 2, \quad x = 2y, \quad 2x = y \quad (x > 0), \quad (y > 0).$$

5. Znaleźć współrzędne środka ciężkości jednorodnej płyty ograniczonej liniami

$$y = x^2, \quad y + x = 2$$

6. Obliczyć całkę podwójną

- a) $\iint_D x dx dy$ w obszarze D , położonym w pierwszej ćwiartce płaszczyzny OXY i ograniczonym prostymi $x = 0, \quad y = 0$ oraz okręgami $x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 4$;
- b) $\iint_D (1 - x^2 - y^2)^5 dx dy$ w obszarze D , położonym w pierwszej ćwiartce płaszczyzny OXY i ograniczonym prostymi $x = 0, \quad y = 0$ oraz okręgiem $x^2 + y^2 = 1$;
- c) $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ w obszarze D , ograniczonym okręgami $x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 9$;
- d) $\iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}} dx dy$, gdzie D jest ograniczony elipsą $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.