## Sem. 3

## Zestaw 1

1. Obliczyć całkę podwójną funkcji $f\,(x, y)$ w prostokącie $P$:

a) $f = \dfrac{x^2+y^2}{4}$, $P$: $1 \le x \le 3$, $1 \le y \le 3$; b) $f = 2x^2 - yx$, $P$: $1 \le x \le 2$, $0 \le y \le 1$;

c) $f = 6 - x^2 - y^2$, $P$: $-1 \le x \le 1, -2 \le y \le 2$; d) $f = \cos x \sin y$, $P$: $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$ $0 \le y \le \dfrac{\pi}{2}$;

e) $f(r,\phi) = r^2 \sin^2 \phi$, $P: 0 \le r \le a$, $0 \le \phi \le 2\pi$;

f) $f(x, y) = F''_{xy}(x, y)$, $P: a \le x \le A, b \le y \le B$;

2. Rozstawić granice całkowania w całce podwójnej $\iint\limits_{\Omega} f(x, y)dxdy$, gdzie

a) $\Omega$ jest trójkąt o wierzchołkach $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$;
b) $\Omega$ jest trójkąt o wierzchołkach $O(0,0)$, $A(-2,1)$, $B(2,1)$;
c) $\Omega$ jest trapez o wierzchołkach $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,2)$, $C(0,1)$;
d) $\Omega$ jest koło $x^2 + y^2 \le 1$;
e) $\Omega$ jest koło $x^2 + y^2 \le y$;
f) $\Omega$ jest obszar ograniczony liniami $y = x^2$, $y = 1$.

3. Zmienić porządek całkowania w całkach:

a) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{2x} f(x, y)dy$; b) $\int\limits_{-6}^2 dx \int\limits_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y)dy$; c) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^3}^{x^2} f(x, y)dy$;

d) $\int\limits_1^2 dx \int\limits_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y)dy$; e) $\int\limits_1^e dx \int\limits_0^{\ln x} f(x, y)dy$; f) $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y)dy$.

4. Obliczyć całki

a) $\iint\limits_D \dfrac{x^2}{y^2} dxdy$ w $D$: $x = 2$, $y = x$, $xy = 1$;

b) $\iint\limits_D x^2 y dxdy$ w $D$: $x = 0$, $y = 1 - \dfrac{x}{2}$, $y = 2 - x$;

c) $\iint\limits_D (2x + y)dxdy$ w $D$: $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 3$;

d) $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy$ w $D$: $y = \dfrac{x}{2}$, $y = x$, $x = 4$;

e) $\iint\limits_D e^{\frac{x}{y}} dxdy$ w $D$: $x = y^2$, $x = 0$, $y = 1$.