

## Sem. 2

### Zestaw 4.

1. Obliczyć całki niewłaściwe:

a)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3}$ ; b)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ ; c)  $\int_0^{+\infty} e^{-10x} dx$ ; d)  $\int_{-\infty}^0 e^{2x} dx$ ; e)  $\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$ ;

f)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ ; g)  $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ ; h)  $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ .

2. Udowodnić rozbieżność całki niewłaściwej:

a)  $\int_0^{+\infty} e^{2x} dx$ ; b)  $\int_0^{+\infty} \cos 2x dx$ ; c)  $\int_0^{+\infty} \sin x dx$ ;

d)  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{1+x^2}$ ; e)  $\int_{-\infty}^1 e^{-x} dx$ ; f)  $\int_2^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^4-1}}$ .

3. Obliczyć całki:

a)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ; b)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ ; c)  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}}$ ; d)  $\int_0^1 \frac{x dx}{x-1}$ ;

e)  $\int_0^a \ln x dx, a > 0$ ; f)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$ .

4. Z badać zbieżność całki:

a)  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^3 \sqrt{x}}$ ; b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3 \sqrt{x}}$ ; c)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ ; d)  $\int_0^1 \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{x}}$ ;

e)  $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{2x^4 + x^3 - 2x + 1}$ ; f)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+1}}$ .