Sem. 2

Zestaw 3.

1. Obliczyć całki oznaczone:

a) $\int_0^1 (4x^3+5x^2-2x-7)dx$; b) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$; c) $\int_{-2}^2 (x-1)^3 dx$; d) $\int_1^2 \sqrt[4]{x^3}dx$;

e) $\int_{-2}^3 3^{2x}dx$; f) $\int_0^{a\ln 2} (e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}})dx$.

2. Wybierając właściwe podstawienie obliczyć:

a) $\int_0^1 (3x+2)^5 dx$; b) $\int_0^2 \frac{x^2dx}{8+x^3}$; c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$; d) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$;

e) $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)dx}{x}$; f) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x dx$; g) $\int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x}dx$.

3. Korzystając z metody całkowania przez części obliczyć:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin x dx$; b) $\int_0^{e-1} \ln(x+1)dx$; c) $\int_0^{\pi} x^2\cos x dx$; d) $\int_0^1 \arcsin x dx$; e) $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$; f) $\int_1^e \ln^2 x dx$.

4. Obliczyć pole obszaru ograniczonego:

a) wykresami funkcji $y=-x^2+3x,\ y=0$;

b) wykresami funkcji $y=x^2,\ y=2x+3$;

c) wykresami funkcji $y=x^2,\ y=\sqrt{x}$;

d) wykresami funkcji $y=e^x,\ y=e^{-x}$ oraz prostą $x=1$.

5. Obliczyć długość łuku:

a) $x=a\cos t,\quad y=a\sin t,\quad a>0,\quad 0\le t\le 2\pi$;

b) $x=a(\cos t+t\sin t),\quad y=a(\sin t-t\cos t),\quad a>0,\quad 0\le t\le 2\pi$;

c) $y=\ln x,\qquad \sqrt{3}\le x\le 2\sqrt{2}$.

6. Obliczyć objętość:

a) stożka kołowego prostego o promieniu R i wysokości H;

b) bryły ograniczonej powierzchnią powstałą z obrotu wokół osi OX łuku sinusoidy $y=\sin x,\quad 0\le x\le 2\pi$;

c) bryły ograniczonej powierzchnią powstałą z obrotu wokół osi OX figury płaskiej ograniczonej liniami: $y=2x-x^2,\quad y=0$.