

Sem. 1

Zestaw 5.

1. Wyznaczyć dziedziny i przeciwdziedziny podanych funkcji:

a) $y = \log_2 x$, b) $y = \sqrt{1-x^2}$, c) $y = 2x + \sin x$, d) $y = \arcsin x$, e) $y = \frac{1}{\sin x}$.

2. Które z podanych niżej funkcji są parzyste (nieparzyste)?

a) $f(x) = x^3 + x$, b) $f(x) = \sin 2x$, c) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$, d) $f(x) = |\sin x|$,

e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, f) $f(x) = x \sin x$.

3. Wyznaczyć wzór funkcji złożonej $h = g \circ f$ czyli $h(x) = g[f(x)]$, jeżeli

a) $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x^2 + 3x$, b) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$,

c) $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \cos x$, d) $f(x) = x^2 + 2x + 3$, $g(x) = 2^x$,

e) $f(x) = x^2 + 4$, $g(x) = \ln x$, f) $f(x) = |\sin x|$, $g(x) = \ln(x+1)$.

4. Zbadać granice ciągów

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$, b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2}$, c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 \cdot \frac{1}{n^3})$, d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3}$, e) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$,

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n}(\frac{n}{n+1} + \frac{1}{n}))$, g) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3}{n} - \frac{10}{\sqrt{n}})$.

5. Obliczyć granice podanych ciągów o wyrazach ogólnych

a) $a_n = \frac{n}{n+1}$, b) $a_n = \frac{4n-3}{6-5n}$, c) $a_n = \frac{n^2-1}{3-n^2}$, d) $a_n = \frac{3n^3+4n-1}{6n+3n^2-n^3}$,

e) $a_n = \frac{(n-1)(n+3)}{3n^2+5}$, f) $a_n = \frac{(2n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)}$, g) $a_n = \frac{\sqrt{1+2n^2} - \sqrt{1+4n^2}}{n}$,

h) $a_n = \sqrt{\frac{3n-2}{n+10}}$, i) $a_n = \frac{\sqrt{n^2+4}}{3n-2}$, j) $a_n = \sqrt[n]{3^n+5^n+7^n}$, k) $a_n = \frac{5 \cdot 3^n}{3^n-2}$.

6. Obliczyć granice

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$, b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$, c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^n$, d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{n}\right)^{-n+3}$,

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n$, f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+6}{n^2}\right)^{n^2}$, g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$, h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+2}\right)^{n^2+1}$.