Sem. 1

Zestaw 4

1. Dane są wektory $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$, gdzie $A(2,3,1)$; $B(5,1,7)$; $C(5,0,2)$; $D(3,1,2)$
   Znaleźć rzuty na osie układu wektorów:
   a) $\vec{a}+\vec{b}$; b) $\vec{a}-\vec{b}$; c) $2\vec{a}$; d) $-\frac{1}{2}\vec{b}$; e) $2\vec{a}+3\vec{b}$; f) $\frac{1}{3}\vec{a}-\vec{b}$.
2. Zbadać liniową zależność (niezależność) wektorów:
   a) $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ w R^2 gdy $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$
   b) $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ w R^2 gdy $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
   c) $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ w R^3 gdy $\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$
   d) $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ w R^3 gdy $\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$, $\vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
3. Dane są wektory: $\vec{a} = \{5,-6,1\}$, $\vec{b} = \{-4,3,0\}$, $\vec{c} = \{5,8,10\}$.
   Obliczyć
   a) $3\vec{a}^{\,2} - 4\vec{a}\cdot\vec{b} + 2\vec{c}^{\,2}$; b) $2\vec{a}^{\,2} - 4\vec{b}^{\,2} + 5\vec{c}^{\,2}$; c) $3\vec{a}\cdot\vec{b} - 4\vec{b}\cdot\vec{c} - 5\vec{a}\cdot\vec{c}$
4. Znaleźć wektor $\vec{a}$ wiedząc, że jest on prostopadły do wektorów
   $\vec{b} = \{2,3,-1\}$, $\vec{c} = \{1,-2,3\}$, oraz spełnia warunek $\vec{a}\cdot(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.
5. Dane są wektory: $\vec{a} = \{2, 1, -3\}$, $\vec{b} = \{4, 1, 5\}$. Znaleźć: $\vec{a}_b$, $\vec{b}_a$.
6. Dane są wektory: $\vec{a} = \{2,-3,1\}$, $\vec{b} = \{1,6,-1\}$, $\vec{c} = \{1,5,3\}$.

   Znaleźć:
   a) $[(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}]\times(\vec{a}+\vec{c})$, b) $[(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}]\cdot[(\vec{a}+\vec{c})\cdot\vec{b}]$,
   c) $[(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}]\cdot[(\vec{a}\cdot\vec{c})(\vec{b}+2\vec{c})]$.
7. Obliczyć iloczyn mieszany wektorów:
   a) $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} = \{2,-1,2\}$, $\vec{c} = \{1,1,1\}$,
   b) $\vec{a} = \vec{i}$, $\vec{b} = \vec{j}$, $\vec{c} = \vec{k}$,
   c) $\vec{a} = \{1,-2,-1\}$, $\vec{b} = \{0,-1,-2\}$, $\vec{c} = \{1,0,0\}$.