

## Sem. 1

### Zestaw 3

1. Obliczyć  $A^{-1}$ ,  $B^{-1}$ ,  $(A+B)^{-1}$ ,  $(A \cdot B)^{-1}$  gdy

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$$

2. Wyznaczyć macierze odwrotne

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}.$$

3. Rozwiązać równanie  $A \cdot X \cdot B = C$ , jeżeli  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

4. Wyznaczyć rząd macierzy:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}, \quad \text{d) } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Rozwiązać za pomocą wzorów Cramera układ równań:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} x + iy = 1 + 3i \\ (1+i)x + (1-i)y = -2i \end{cases}; \quad \text{d) } \begin{cases} 3x - 2y + 5z = 2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 2x - 5y + 3z = 1 \end{cases}.$$

6. Rozwiązać metodą macierzową układ równań:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ x + 5y = 9 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} x - 3y - z = 0 \\ 5x - 3y - 2z = 9 \\ 3x + 2y + 2z = 8 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} 3x - 5y + 3z = 1 \\ 4x + 3y - 5z = 2 \\ 5x - 2y + 7z = 10 \end{cases}.$$

7. Zbadać rozwiązywalność i rozwiązać układ równań:

$$\text{a) } \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} x + ay = 1 \\ x - 2y + z = 0 \\ ax + y = 2 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 2x + by + z = 3 \\ x + 2by + z = 4 \end{cases}; \quad \text{d) } \begin{cases} x + ky - 3z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ 2x + ky - 5z = 0 \end{cases}.$$

8. Zbadać i ewentualnie rozwiązać układy równań

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ x + y - 2z = 8 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y + z - t = 1 \\ x + z + 2t = 2 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \\ x - 3y = -2 \end{cases}; \quad \text{d) } \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x - 4y + 2z = 3 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases};$$
$$\text{e) } \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \end{cases}; \quad \text{f) } \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}; \quad \text{g) } \begin{cases} x - 2y + z + t = 1 \\ x - 2y + z - t = -1 \\ x - 2y + z + 5t = 5 \end{cases}.$$