

## Sem. 1

### Zestaw 2

1. Obliczyć wyznaczniki

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1-a & a \\ 1-b & b \end{vmatrix}, \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 4 & 3 & -4 \\ 1 & 5 & 5 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 \\ 7 & 5 & 9 \end{vmatrix}, \quad \text{e) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Opierając się na własnościach wyznaczników wykazać bez obliczania wartości, że następujące wyznaczniki są równe zeru

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 8 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \end{vmatrix}, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 7 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{d) } \begin{vmatrix} a & a & a & a \\ b & b & b & b \\ c & c & c & c \\ d & d & d & d \end{vmatrix}.$$

3. Rozwiązać równania:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} x & -2 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{c) } \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & 2x & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

4. Obliczyć dopełnienia algebraiczne wyznaczników

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

5. Dane są trzy macierze:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

Obliczyć a)  $A + B$ , b)  $A - B$ , c)  $A + 2B - C$ , d)  $B^T$ , e)  $B^T - A^T$ .

6. Obliczyć iloczyn

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix}, \quad \text{e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \\ -2 & 6 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{f) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

7. Obliczyć  $A^2$ ,  $B^3$  i  $A^2C$  gdy

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}.$$